Ex.19　解: 计算矩阵的特征值.

$$|\lambda E-A|=\begin{vmatrix}\lambda & 0 & -1\\ -\alpha & \lambda-1 & -\beta\\ -1 & 0 & \lambda\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 0 & \lambda^2\\ -\alpha & \lambda-1 & -\beta\\ -1 & 0 & \lambda\end{vmatrix}=(\lambda-1)^2(\lambda+1)$$

所以, 矩阵A 的特征值为$\lambda_1=\lambda_2=1$, $\lambda_3=-1$.

对于特征值$\lambda=1$, 因为

$$E-A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ -\alpha & 0 & -\beta\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & -\alpha-\beta\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

要使矩阵A 可对角化, 必须$n-rank(E-A)=2$, 即$rank(E-A)=1$, 所以, $\alpha+\beta=0$.